Proposta de Resolução do Exame de **M**atemática **A**plicada às **C**iências **S**ociais

Cód. 835 - 1ª Fase 2014

1.1

Comecemos por comparar V com L

	50 votos	205 votos	145 votos	100 votos
1ª linha	V	L	V	L
2ª linha	L	V	L	V

contabilizando apenas a primeira linha, o tema com maior número de votos é L, com 305 (205+100) votos contra 195 (50 + 150);

Como se procura o tema que vença as comparações com os restantes temas, esse tema já só poderá ser L. Por isso repete-se o processo na comparação de L com S

	50 votos	205 votos	145 votos	100 votos
1ª linha	L	S	L	L
2ª linha	S	L	S	S

Neste caso L também vence S, com 295 (50 + 145 + 100) votos contra 205;

Resta agora a comparação de L com R

	50 votos	205 votos	145 votos	100 votos
1ª linha	L	R	L	L
2ª linha	R	L	R	R

Mais uma vez o tema vencedor é L também com 295 (50 + 145 + 100) votos contra 205.

Desta forma o tema vencedor da eleição pela aplicação do método seguinte será o tema L, uma vez que vence nas comparações com todos os outros temas.

Agora, se tivermos em conta as percentagens de votos da primeira preferência, teremos

	V	L	S	R

1ª pref.	195	100	205	0
(%)	$\frac{195}{500} \to 39\%$	$\frac{100}{500} \to 20\%$	$\frac{205}{500} \to 41\%$	0%

A alternativa com maior percentagem de primeiras preferências é S, e não L, como no método anterior, pelo que a afirmação da professora tem fundamento.

1.2

Para proceder ao apuramento do número máximo de calculadora gráficas que podem ser requisitadas pelos alunos de cada ano de escolaridade, aplicando o método descrito, registaram-se os cálculos e os valores na tabela seguinte:

Ano de Escolaridade	9º	10º	11º	12º
Número de alunos	120	210	170	162
Divisor padrão	$\frac{120+210+170+162}{35} \approx 18{,}914$			
Quota padrão	$\frac{120}{18{,}914} \approx 6{,}344$	$\frac{210}{18{,}914} \approx 11{,}103$	$\frac{170}{18{,}914} \approx 8{,}988$	$\frac{162}{18{,}914} \approx 8{,}5565$
Parte Inteira da Quota Padrão	6	11	8	8
Calculadoras atribuídas	6 + 11 + 8 + 8 = 33			

Restam ainda atribuir 2 calculadoras aos anos de escolaridade cujas quotas padrão tenham partes decimais maiores, que no caso são o 11º e o 12º anos.

Assim a distribuição final do número máximo de calculadora gráficas que podem ser requisitadas pelos alunos de cada ano de escolaridade é a seguinte:

Ano de Escolaridade	9º	10º	11º	12º
Número máximo de calculadoras	6	11	9	9

2

Aplicando o algoritmo proposto ordenemos por ordem crescente as distâncias fornecidas na tabela:

A3A5 – 100 - ✓

A3A4 – 150 - ✓

A2A3 – 190 - ✓

~~A2A5 – 200~~ – forma circuito

~~A4A5 – 220~~ – forma circuito

A5A6 – 220 - ✓

~~A4A6 – 240~~ – forma circuito

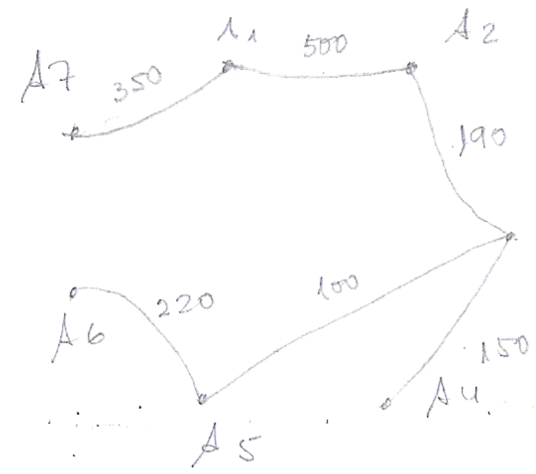
~~A2A6 – 340~~ – forma circuito

A1A7 – 350 - ✓

A1A2 – 500 - ✓

~~A6A7 – 650~~

~~A1A6 – 730~~



Seleccionadas 6 arestas (7-1) obtemos o número mínimo total de metros de fibra óptica:

100 + 150 + 190 + 220 + 350 + 500 = 1510 metros

O que terá um custo de 3,40 × 1510 = 5 134,00 euros

3.1.1. Para determinar o modelo pedido começa-se por introduzir os valores fornecidos nas listas da calculadora. Por exemplo, em L1 colocam-se os dias após o início do estudo e em L2 o número de micro-organismos na água (em milhares de milhões por cm^3), obtendo-se

L1	L2
0	3
5	19,39

Realizando uma regressão exponencial chega-se ao modelo

$$P(t) = 3 \times e^{1,452t}$$

Com a=3 e b≈ 1,452

3.1.2. O dia 18 de Setembro corresponde t=0 neste novo modelo, com M(0) = 19,39

Pretende-se agora encontrar o valor de t, tal que $M(t) \leq \frac{1}{8}M(0)$

Onde $\frac{1}{8}M(0) = 2,42375$

Coloca-se a expressão de M(t) no editor de funções e na tabela da função procura-se o primeiro valor de y o mais próximo possível de $2{,}42375$, o que se verifica para x=26 como podemos constatar no excerto da tabela apresentada pela calculadora

X	Y1
(…)	(…)
25	2,6242
26	2,4224
27	2,2362
(…)	(…)

Para que o número de micro-organismos presentes na água seja inferior a um oitavo do número de micro-organismos existentes no instante em que foi adicionada a substância, terão de passar 26 dias.

3.2.

No caso apresentado $V_t = 312{,}32 \times 1{,}00 \times 1{,}40 \times 1{,}10 \times 0{,}85 \times 603{,}00 = 246522{,}6086$

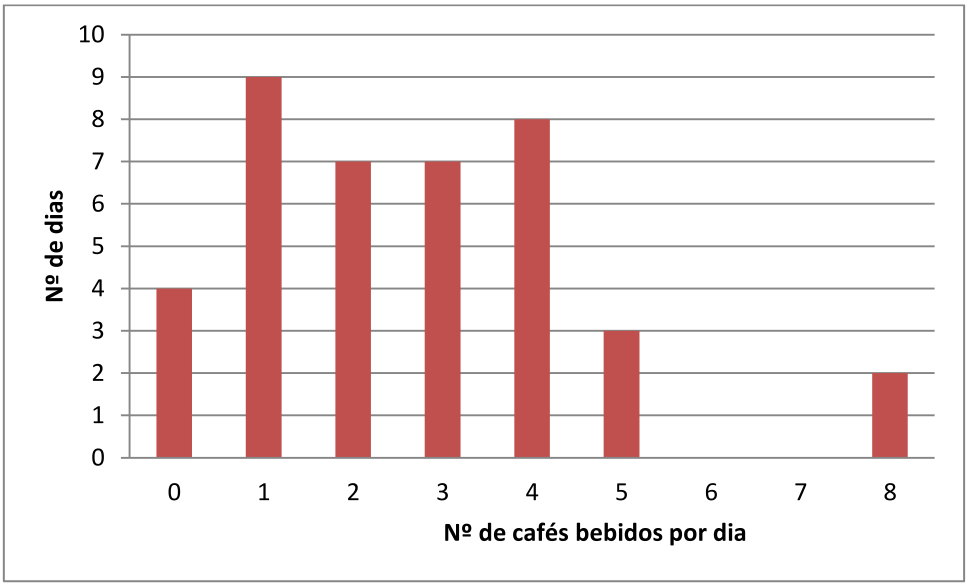
Originando um valor patrimonial tributário arredondado de 246 530 euros, sendo o valor do IMI dado por: $0{,}006 \times 246530 = 1479{,}18\ euros$

4.1.

Tabela de Frequências Absolutas Simples

Nº de cafés bebidos em cada dia	Frequência Absoluta (nº de dias)
0	4
1	9
2	7
3	7
4	8
5	3
6	0
7	0
8	2
TOTAL	40

Diagrama de Barras



4.2

Coloquemos em L1 o nº de cafés bebidos por dia pelo Manuel e em L2, os valores da frequência absoluta respectivos:

L1	L2
0	4
1	9
2	7
3	7
4	8
5	3
6	0
7	0
8	2

Recorrendo às funcionalidade da calculadora obtém-se:

Xmin = 0

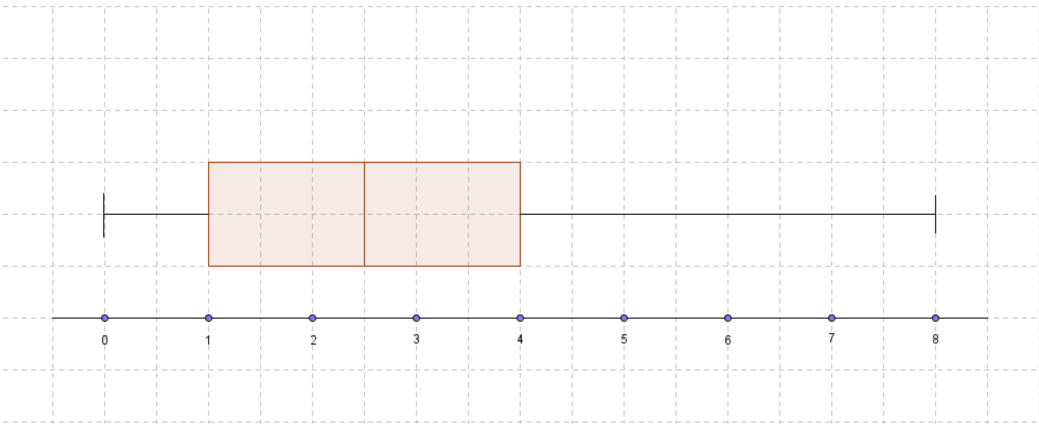
$Q_1 = 1$

Med = 2,5

$Q_3 = 4$

Xmáx = 8

O que origina um diagrama de extremos e quartis como o seguinte



A diferença entre este diagrama e o da figura 2 está nos valores da mediana (2,5 neste e 2 no dado) e do 3º quartil (4 neste caso e 3 no da figura 2).

4.3

Recorrendo aos valores da amostra teremos de usar para estimador do valor médio, a média amostral e para estimador do desvio padrão populacional o desvio padrão da amostra.

Para obter estas estatísticas e com os valores das listas utilizados na questão anterior, temos

Média amostral ($\bar{x}$) = 2,675

Desvio padrão amostral (s) ≈ 1,9267

Queremos agora encontrar o intervalo

$$\left]\bar{x} - z\frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{x} + z\frac{s}{\sqrt{n}}\right[$$

Com n=40

$\bar{x}$ = 2,675

s≈ 1,9267

z = 1,960

Assim, o intervalo de confiança para o valor médio do número de cafés bebidos em cada dia pelo Manuel será:

$$]2{,}078; 3{,}272[$$

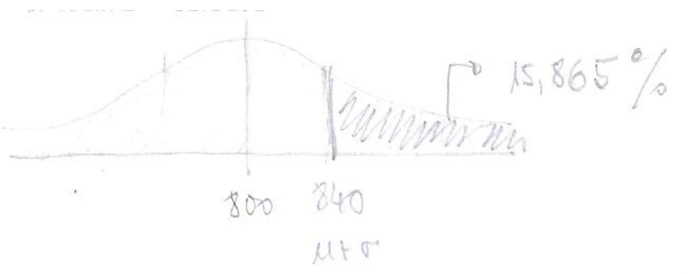
5.1.

42% da capacidade do depósito = 0,42× 2000 = 840

Seja X a variável aleatória “quantidade de GPL no depósito). È-nos dito que X segue uma distribuição normal N(800,40)

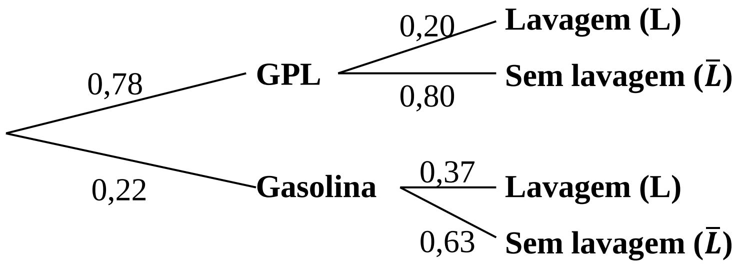
Pretende-se saber P(X>840)

Considerando as propriedades da curva normal, ou recorrendo às funcionalidades da calculadora



Obtém-se P(X>840) = 15,87%

5.2.



Pretende-se o valor de P(gasolina|L) o que é dado por:

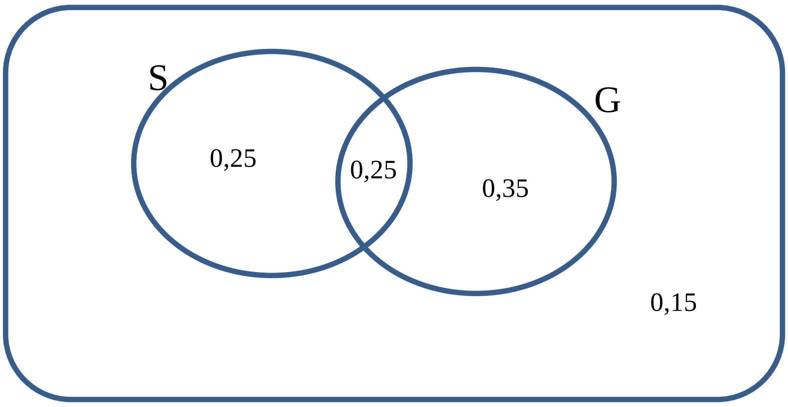
P(gasolina|L)= $\frac{0{,}22\times 0{,}37}{0{,}22\times 0{,}37+0{,}78\times 0{,}20}=\frac{0{,}0814}{0{,}2374}\approx 0{,}3429\rightarrow 34{,}29\%$

5.3.

Representando os dados fornecidos num diagrama de Venn, onde

S – conjunto dos veículos com sensores de estacionamento

G – conjunto dos veículos com gancho de reboque



A percentagem de veículos com sensores de estacionamento ou com gancho de reboque terá que ser 100 – 15 = 85%

Ora como 50% + 60% = 110% isso significa que temos 25% de veículos que estão a ser contados duas vezes, ou seja, que pertencem a $S \cap G$

P(A) = P(veículo pertencer a S e a G) = 25%

P(B) = P(veículo pertencer a G e não pertencer a S) = 35%

Podemos pois concluir que B é mais provável que A