Associação de Professores de Matemática
Contactos:
Rua Dr. João Couto, n.º 27-A
1500-236 Lisboa
Tel.: +351 21 716 36 90 / 21 711 03 77
http://www.apm.pt
email: geral@apm.pt

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DO ENSINO SECUNDÁRIO DE MATEMÁTICA APLICADA Às CIÊNCIAS SOCIAIS

(CÓDIGO DA PROVA 835) – 1ª FASE – 23 DE JUNHO 2016

1. Considerando as preferências dos 900 internautas considerados na tabela 1, obtém-se:

Banda A : $200 \times 4 + 400 \times 3 + 300 \times 1 = 2\ 300\, pontos$

Banda B: $200 \times 3 + 400 \times 4 + 300 \times 2 = 2\ 800\, pontos$

Banda C: $200 \times 2 + 400 \times 2 + 300 \times 4 = 2\ 400\, pontos$

Banda D: $200 \times 1 + 400 \times 1 + 300 \times 3 = 1\ 500\, pontos$

A afirmação I é falsa porque a Banda C nunca poderá atuar em primeiro lugar. Para que isso acontecesse teria que obter entre os 100 internautas que falta considerar, mais 401 pontos do que a Banda B, aquela que obtém maior pontuação nos dados relativos à tabela 1

Ora na pior das hipóteses ter-se-ia a banda B na 4ª preferência para esses 100 internautas e a banda C em 1ª preferência, ficando assim, no final:

Banda B: $2\ 800 + 100 \times 1 = 2\ 900\, pontos$

Banda C: $2\ 400 + 100 \times 4 = 2\ 800\, pontos$

Não podendo, portanto, a Banda C ultrapassar a Banda B em nenhum caso.

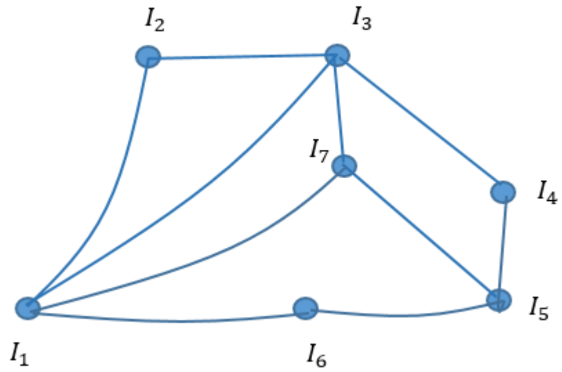
Quanto à afirmação II, mostra-se também que ela é falsa, uma vez que, basta considerar que, por exemplo, os internautas colocam a Banda A como sua 1ª preferência e a Banda C como sua 2ª preferência. Neste caso teremos no final:

Banda A: $2\ 300 + 100 \times 4 = 2\ 700\, pontos$

Banda C: $2\ 400 + 100 \times 3 = 2\ 700\, pontos$

Registando-se um empate entre a pontuação atribuída às Bandas A e C e contrariando por isso a afirmação que estabelece que tal empate nunca seria possível.

2. Um grafo que modele o mapa do recinto é dado por:



A afirmação do vigilante equivale a dizer que o grafo que representa a situação não é um grafo de Euler, isto é, não possui um circuito de Euler. Ora, para que um grafo conexo admita pelo menos um circuito de Euler, é condição necessária e suficiente que todos os vértices tenham um grau par. No grafo que representa a situação apresentada existem dois vértices de grau ímpar (I_7 e I_5, ambos com grau 3), assim podemos concluir que não é possível encontrar um percurso que percorra todos os troços sem repetir nenhum, iniciando e terminando na mesma infraestrutura.

Para que o vigilante percorra todos os troços, iniciando e terminando a vistoria junto da mesma infraestrutura, repetindo o menor número possível de troços ele terá que eulerizar o grafo respetivo, o que é equivalente a duplicar a aresta $I_7\ I_5$, que une os dois vértices com grau ímpar.
Um percurso possível será assim, por exemplo:
$I_1\ I_2\ I_3\ I_1\ I_7\ I_3\ I_4\ I_5\ \ I_7\ I_5\ \ I_6\ I_1$

3. O custo total, em euros, do aluguer do palco principal do MaréFest é dado pela seguinte soma:

$$Custo\ total = U + D + M$$

O número de dias do aluguer será 6, sendo que irão ser necessários 8 funcionários para as 5 horas totais de montagem e desmontagem do palco. O número de km irá ter um custo de $25€$ nos primeiros $30\ km$ e os restantes $20\ km$ irão ser pagos a $27{,}5€$. Logo e recorrendo às indicações do enunciado:

$$U = 1250 \times\ n.º\ de\ dias = 1250 \times 6 = 7500€$$

$$D = n.º\ de\ km \times\ \ valor\ do\ km = 30 \times 25 + 20 \times 27{,}5 = 1300€$$

Segundo a tabela apresentada e cruzando as informações, podemos verificar que o custo de cada hora irá ser de $150€$ pelo que:

$$M = n.^{\text{o}}\ de\ funcionários \times n.^{\text{o}}\ de\ horas \times valor\ de\ cada\ hora =$$
$$= 8 \times 5 \times 150 = 6000€$$

Assim, o custo do aluguer do palco é dado por:

$Custo\ total = 7500 + 1300 + 6000 = 14800€$

4. Usando o Algoritmo descrito, o processo inicia-se com o Barros a escolher uma parcela do recinto. Como o Gomes decidiu retificar a parcela que o Barros começou por escolher e mais nenhum representante o procedeu desta forma, podemos concluir que foi atribuído ao Gomes a primeira parcela do recinto dividida pelos representantes.

Visto que Gomes foi eliminado do processo, segundo a ordem definida antes de se iniciar o processo, o primeiro a escolher na segunda fase irá ser o Lemos (pessoa que se segue a Gomes). Visto que depois da sua escolha mais ninguém retificou a parcela, o Lemos irá ser o segundo a quem esta vai ser atribuída.

Por último, o processo é iniciado com a seguinte ordem de escolhas: Barros, Fernão e Santos. Visto que Santos é a pessoa que se segue a Lemos (já eliminado), este inicia a terceira parte do processo. Seguindo a ordem definida inicialmente, Barros retifica a parcela escolhida por Santos e, depois de passar para Fernão, Fernão decide voltar a retificar a parcela de terreno. Uma vez que a ronda termina em Fernão e este decidiu retificar, a terceira parcela do recinto irá ser atribuída à ultima pessoa que retificou, ou seja, Fernão.

Concluindo, nas primeiras três voltas foram atribuídas parcelas do recinto aos seguintes intervenientes (por esta ordem):

Gomes – Lemos – Fernão

5.

5.1. Total de presenças na tenda Dance: 1540+2720 = 4260

Total de presenças nas duas tendas: 1540+2720+840+680=5780

$$P = \frac{4260}{5780} \times \frac{4259}{5779} \approx 0{,}54 = 54\%$$

A probabilidade de ambos estarem na tenda Dance é de aproximadamente 54%.

5.2. 5780 --------- 80%

X -----------100%

$$X = \frac{100 \times 5780}{80} = 7225 \text{ pessoas no total das 3 tendas}$$

0.2 x 7225 = 1445 -> pessoas na tenda Tecno

$$1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{5} \times 1445 = 578 \text{ -> homens na tenda Tecno}$$

Estiveram 578 homens na tenda Tecno.

5.3. tenda Chill: 840+680 =1520

$$\hat{p} = \frac{680}{1520}$$

z = 1,645

n = 1520

$$\left]\frac{680}{1520} - 1.645\sqrt{\frac{\frac{680}{1520}\left(1 - \frac{680}{1520}\right)}{1520}}, \frac{680}{1520} + 1.645\sqrt{\frac{\frac{680}{1520}\left(1 - \frac{680}{1520}\right)}{1520}}\right[= \left]43\%, 47\%\right[$$

6.

6.1. $$90 = \frac{75+77+77+80+80+83+x+88+93+99+100+100+102+105+105}{15}$$

$$\Leftrightarrow 90 \times 15 = 1264 + x \Leftrightarrow x = 1350 - 1264 \Leftrightarrow x = 86$$

Logo a = 6

6.2. Introduzindo os valores presentes na figura 2 numa lista da calculadora calculam-se as estatísticas relativas a 2010, substituindo o valor de *x* por 88. Obtêm-se para o primeiro quartil: 80 e para a mediana: 88. Em 2011 o primeiro quartil é 80 e a mediana 100. Pode-se então dizer que a afirmação é verdadeira porque a diferença entre o primeiro quartil e a mediana é menor em 2010 do que em 2001

88 – 80 = 8 → para 2010

100 – 80 =20 →para 2011

Ou seja, os dados estão mais concentrados em 2010 do que em 2011 entre o primeiro quartil e a mediana.

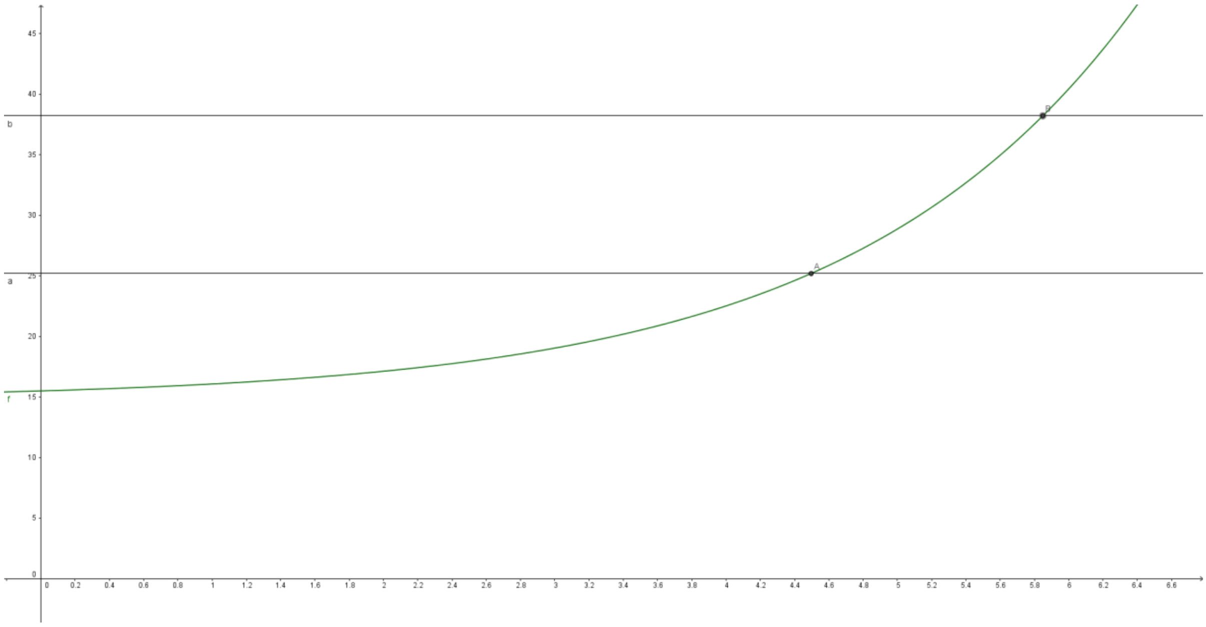
7.

7.1. 22h00 corresponde a $t = 2$

$r(2)$=14,8+0,7$e^{0,6\,.\,2} \approx$ 17,1%

A percentagem de ouvintes da rádio às 22 horas foi de 17,1%

7.2.



Introduzindo a expressão de r na calculadora e também as retas y = 25,2 e y = 38,2 (25,2+13=38,2)

Calculam-se os pontos de interseção obtendo A(4,5; 25,2) e B(5,8; 38,2).

4,5 corresponde a 4h e 30 minutos após as 20h00, ou seja, a 0 horas e 30 minutos

5,8 corresponde a 5h e 48 minutos após as 20h00, ou seja, 1 hora e 48 minutos

(0,8 x 60 = 48)

Pode-se, assim, concluir que a atuação da banda iniciou-se às 0 horas e 30 minutos e terminou à 1 hora e 48 minutos.

FIM