Associação de Professores de Matemática
Contactos:
Rua Dr. João Couto, n.º 27-A
1500-236 Lisboa
Tel.: +351 21 716 36 90 / 21 711 03 77
Fax: +351 21 716 64 24
http://www.apm.pt
email: geral@apm.pt

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DE MATEMÁTICA B DO ENSINO SECUNDÁRIO

(CÓDIGO DA PROVA 735) – 2ª FASE – 22 DE JULHO 2024

1. A solução $(9,\ 9)$ não é admissível porque não satisfaz a restrição $x+y\leq 16$

Para as restantes soluções obtemos:

$L(10,6)=40\times 10+50\times 6=700$

$L(8,8)=40\times 8+50\times 8=720$

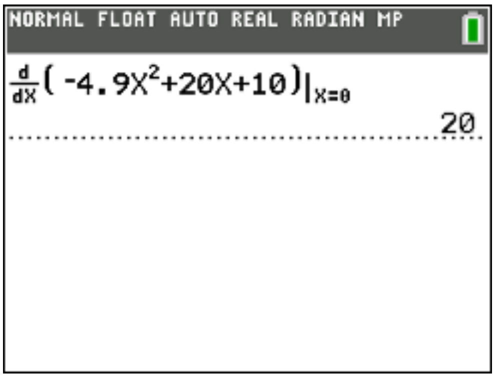
$L(6,10)=40\times 6+50\times 10=740$ que corresponde à melhor solução.

Resposta: opção **D**.

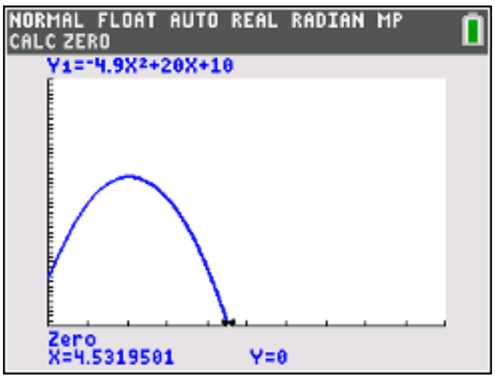
2. A solu

2.1. Para obter o valor para o espaço I há que calcular $h(0)=-4,9\times 0+20\times 0+10=10$

Para obter o valor para o espaço II há que calcular $h'(0)$ isto é, o valor da taxa de variação instantânea da função h quando $x=0$. Podemos fazê-lo com recurso à calculadora:



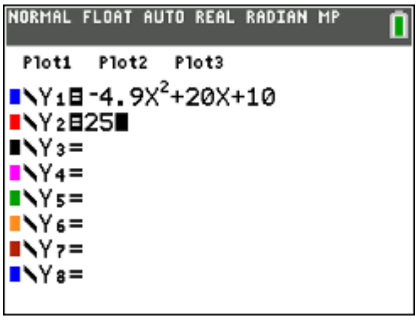
Para obter o valor III basta fazer $h(t)=0$ onde também podemos usar a calculadora para obter o valor de t:

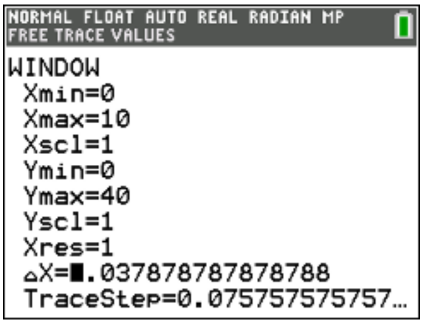


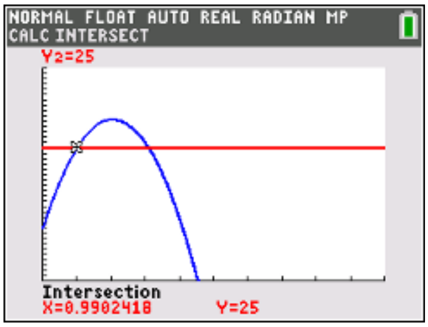
Resposta: I – b) ; II – c) e III – b)

2.2. Temos que resolver a equação $h(t)=25$

Vamos optar por uma resolução gráfica, editando a função $Y1=-4{,}9x^2+20x+10$ e $Y2=25$, determinando de seguida a primeira das interseções dos dois gráficos:



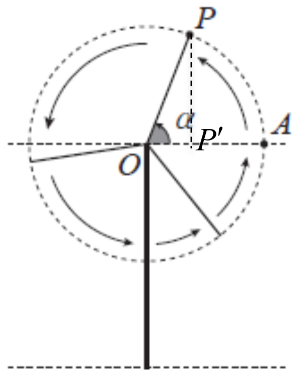




Temos então que $h(t)=25 \Leftrightarrow t\approx 0{,}99\approx 1$

Resposta: O projétil demorou, aproximadamente, 1 segundo a atingir, pela primeira vez, os 25 metros.

3. Usando o esquema da figura 2 facilmente verificamos que $d(\alpha)=67+\overline{PP'}$, onde 67 é a altura da torre e P' é a projeção ortogonal do ponto P sobre a semirreta $\dot{O}A$.



Ora, $\sin(\alpha)=\frac{\overline{PP'}}{\overline{OP}} \Leftrightarrow \overline{PP'}=\overline{OP}\times\sin(\alpha) \Leftrightarrow \overline{PP'}=33\times\sin(\alpha)$

Então vem $d(\alpha)=67+33\sin(\alpha)$

Resposta: Opção **B**.

4. Somando todas as frequências obtemos: $1+1+1+4+3+7+3+1=21$, isto é, o total de recém-nascidos. O valor da mediana corresponde ao valor do 11º dado desta distribuição, se ordenássemos os dados de forma crescente $(10+1+10)$. Ora o 11º dado situa-se na classe que apresenta a frequência 7.

Resposta: A mediana pertence à classe $[35,36[$.

5. Estamos perante uma distribuição normal, digamos X, de valor médio $\mu=34{,}88$.

Sabemos que a distribuição normal é simétrica em relação ao valor médio, isto é, $P(X<\mu)=P(X>\mu)=50\%$, logo $P(X>34{,}88)=50\%$.

Como $35,88 > 34,88$, então $P(X < 35,88) = P(X < 34,88) + P(34,88 < X < 35,88)$, logo $P(X < 35,88) > 50\%$

$33,88 = 34,88 - 1$ e, atendendo à simetria da distribuição temos que ter $P(X < 33,88) = P(X > 34,88 + 1) \Leftrightarrow P(X < 33,88) = P(X > 35,88)$

Resposta: I – b) ; **II – c)** e **III – c)**

6.

6.1. Como cada pórtico, a partir do primeiro, tem mais 15 cm de altura que o anterior, então a diferença $p_{n+1} - p_n = 15$ para qualquer $n \geq 1$ e sendo (p_n) a sucessão das alturas dos pórticos. Pelo facto desta diferença ser constante estamos perante uma sucessão, (p_n), que é uma progressão aritmética e a sua razão é 15.

6.2. Comecemos por determinar o comprimento total das 25 traves: $25 \times 75 = 1875$ cm

O termo geral da sucessão das alturas dos postes é $p_n = 75 + (n-1) \times 15$, pelo que o seu 25º termo é:

$p_{25} = 75 + 24 \times 15 = 435$ cm que corresponde à altura do último pórtico.

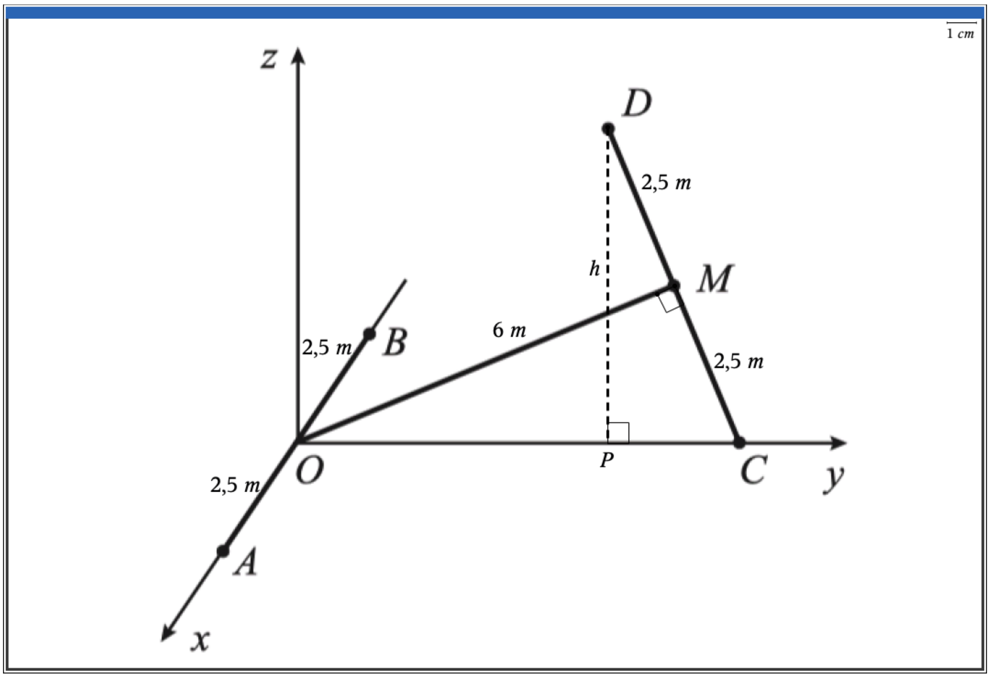
Como cada pórtico leva dois postes, então o comprimento total de tubo necessário para os postes é dado por: $2 \times \dfrac{75 + 435}{2} \times 25 = 510 \times 25 = 12750$ cm

Temos, assim, $1875 + 12750 = 14625$ cm

Resposta: São necessários $146,25$ metros de tubo para construir os 25 pórticos.

7.

Consideremos a figura abaixo, construída com os dados do enunciado



7.1.

Para determinar a altura da estrutura temos que determinar a distância de D a P, a que chamámos h. Reparemos que os triângulos $[OCM]$ e $[DCP]$ são semelhantes. Têm, de um para o outro, dois ângulos iguais: ambos são retângulos e têm um ângulo em comum.

Pelo teorema de Pitágoras podemos determinar a distância de O a C: $\overline{OC}^2 = 6^2 + 2,5^2$, resolvendo esta equação obtemos $\overline{OC}^2 = 6^2 + 2,5^2 \Leftrightarrow \overline{OC}^2 = 36 + 6{,}25 \Leftrightarrow \overline{OC} = \pm\sqrt{42{,}25}$, como só nos interessa a raiz positiva vem que $\overline{OC} = 6{,}5$.

Como os triângulos são semelhantes, verifica-se que: $\frac{\overline{DP}}{\overline{OM}} = \frac{\overline{DC}}{\overline{OC}}$, ou seja, $\frac{\overline{DP}}{6} = \frac{5}{6{,}5} \Leftrightarrow \overline{DP} = \frac{6\times 5}{6{,}5} \Leftrightarrow$ $\overline{DP} = 4{,}62$

A altura da escultura é de 4,62 metros.

7.2.

Uma vez que o volume do cubo é 343 m^3, então a medida do comprimento da aresta do cubo é $\sqrt[3]{343} = 7$, e então a abcissa de Q é $-\frac{7}{2} = -3{,}5$, a ordenada é 7 e a cota também é 7, logo as coordenadas de Q são $(-3{,}5; 77; 7)$.

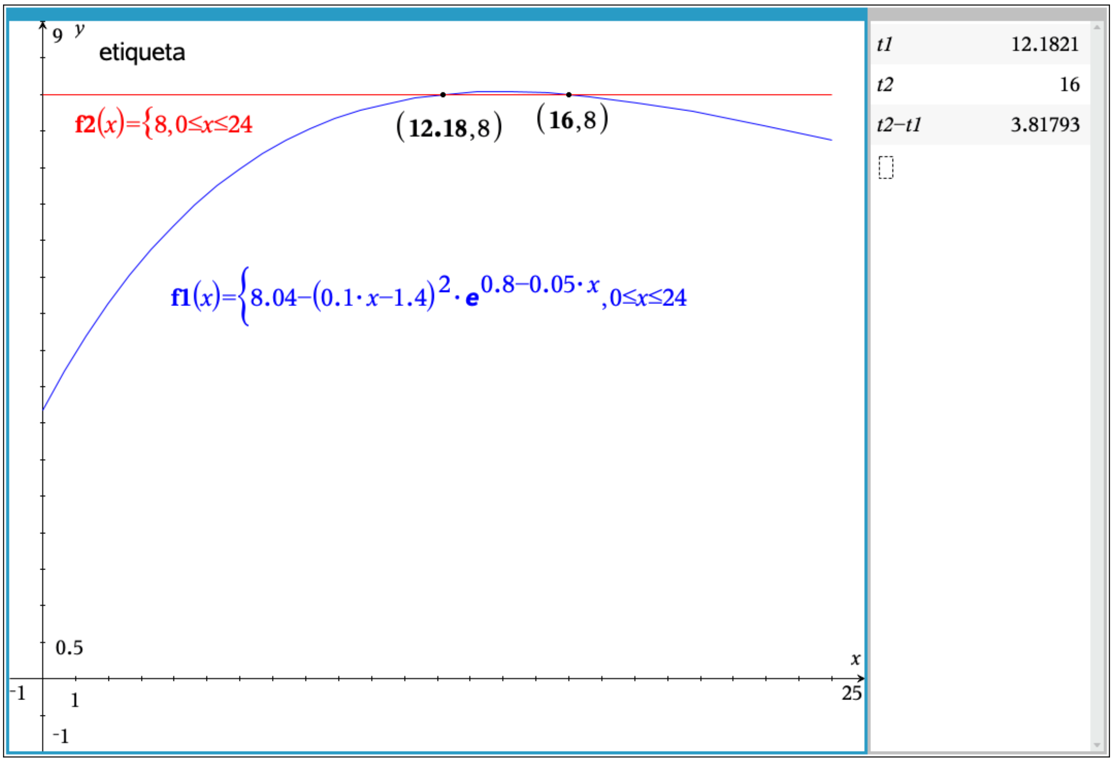
8.

8.1.
O número, N, em milhares, de ouvintes da rádio ao longo da emissão especial é dado, aproximadamente, por

$$N(t) = 8{,}04 - (0{,}1t - 1{,}4)^2 \times e^{0{,}8-0{,}05t}, \text{ com } 0 \leqslant t \leqslant 24$$

8.1.1.
Para determinarmos quanto variou o número de ouvintes entre as 8 horas e as 10 horas e 15 minutos, necessitamos de calcular quantos ouvintes havias às 8 horas, e estes eram $N(8) = 7{,}5029$ e ás 10 horas e 15 minutos e a essa hora havia $N(10{,}25) = 7{,}8525$.
A variação foi de $N(10{,}25) - N(8) = 7{,}8525 - 7{,}5029 = 0.3496$
Dado que N, vem em milhares, a variação foi de $0.3496 \times 1000 \approx 350$.
Portanto, houve uma variação de 350 ouvintes.

8.1.2.
Para determinamos se a duração do concerto pode ter sido de 4 horas consideremos o gráfico abaixo

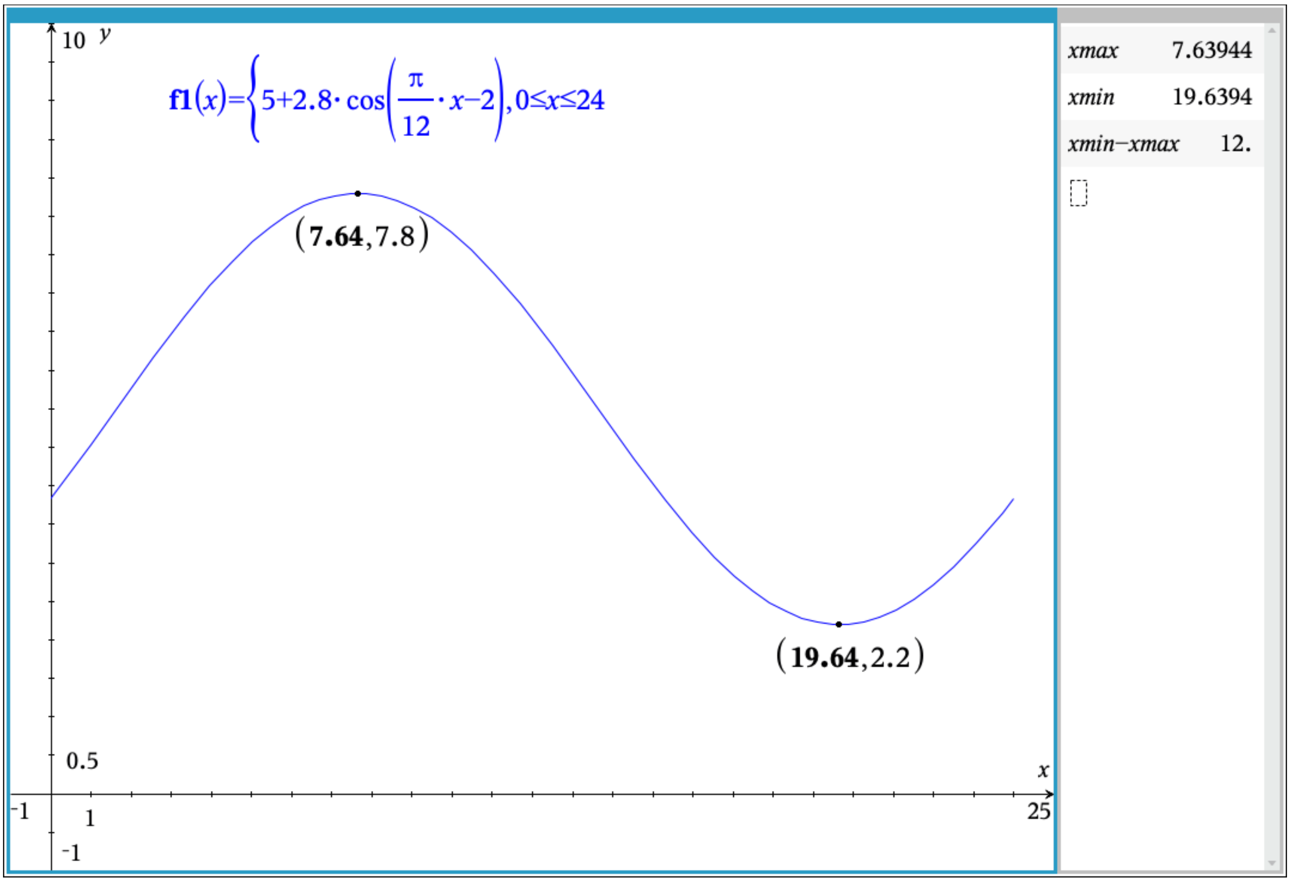


Na figura observamos os gráficos de $N(t) = f1(x)$ e de $y = f2(x) = 8$, porque 8000 ouvintes corresponde a $t = 8$ considerando a interseção dos dois gráficos vemos que a duração do concerto foi de aproximadamente 3,8 horas.
Assim, podemos afirmar que a emissão do concerto não durou 4 horas.

8.2.
(i) Considerando que entre as 0 horas e as 10 horas, a temperatura ambiente esteve sempre a aumentar, então a taxa de variação instantânea da função f para cada valor de t é positiva entre as 0 horas e as 10 horas, o que nos leva a excluir o gráfico B.
(ii) Se durante toda a emissão, o valor máximo da temperatura ambiente ocorreu às 20 horas, significa que antes das 20 horas a função f está a crescer, consequentemente a função V será positiva e depois das 20 horas decrescerá, logo a função V será negativa, o que não é observado no Gráfico A, mas sim o contrário. Portanto o gráfico A também não pode representar a função V.

9.

Recorrendo às capacidades da calculadora o gráfico da função dada é o apresentado na figura abaixo



Temos que o máximo é atingido para $x = 7{,}64$ e o mínimo para $x = 19{,}64$.

O tempo que decorreu, em horas, desde o instante em que a altura de água no depósito foi máxima até ao instante em que a altura de água no depósito foi mínima foi de 12 horas, dado que $19{,}64 - 7{,}64 = 12$.

FIM