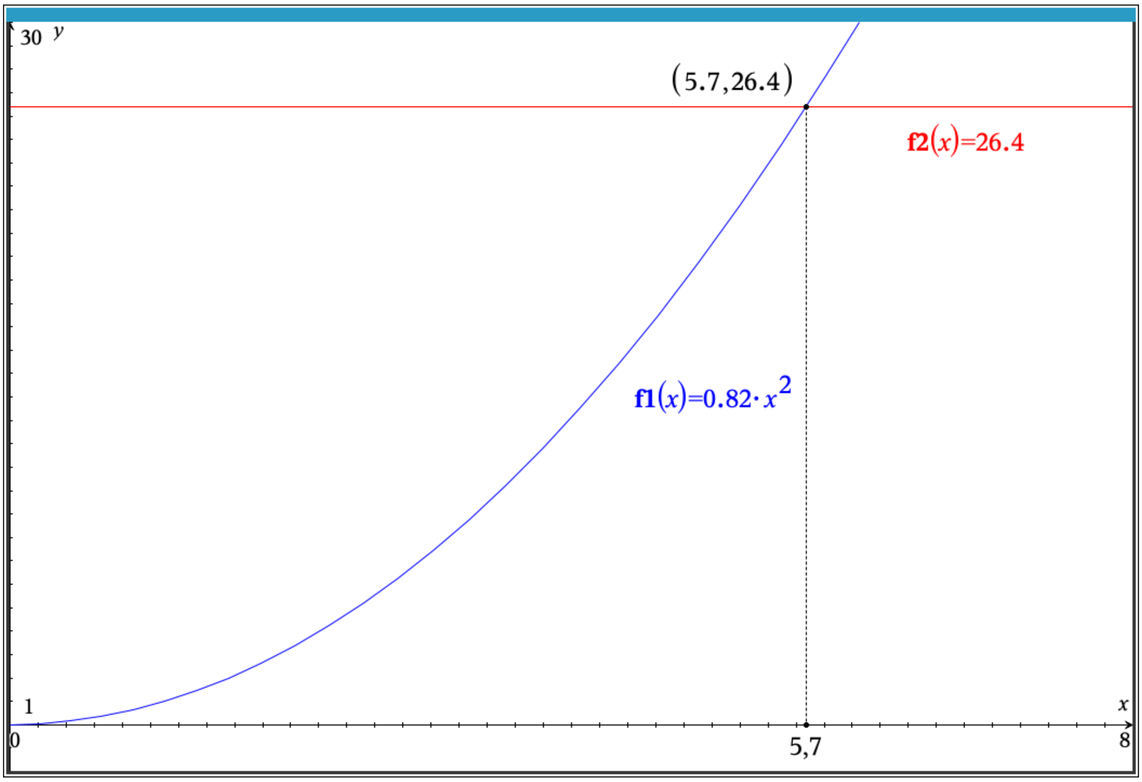
Associação de Professores de Matemática
Contactos:
Rua Dr. João Couto, n.º 27-A
1500-236 Lisboa
Tel.: +351 21 716 36 90 / 21 711 03 77
Fax: +351 21 716 64 24
http://www.apm.pt
email: geral@apm.pt

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DE MATEMÁTICA B DO ENSINO SECUNDÁRIO
(CÓDIGO DA PROVA 735) – 1ª FASE – 30 DE JUNHO 2025

1. Vamos recorrer às capacidades gráficas da calculadora para resolver este item.

1.1. Editemos a função $d(t)$ com $t \geq 0$, e a reta $y = 26{,}4$ com vista à resolução da equação $d(t) = 26{,}4$



Resposta: A esfera demora, aproximadamente, 5,7 segundos a percorrer a calha.

1.2. Para estabelecer a correspondência I, determinemos $d(1)$:

Para a correspondência II, determinemos $d'(3)$:

Para a correspondência III necessitamos de determinar $d(2)$ e $d(4)$:

$d(t):=0.82\cdot t^2$	*Efectuado*
$d(1)$	0.82
$\frac{d}{dt}(d(t))\vert t=3$	4.92
$d(2)$	3.28
$d(4)$	13.12
$\frac{d(4)}{d(2)}$	4.

Resposta: I →b) ; II →b) ; III →c)

1.3. De acordo com a informação fornecida tem-se que:

$$\sin 7° = \frac{\overline{AC}}{26{,}4} \Leftrightarrow \overline{AC} = 26{,}4 \times \sin 7°$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC} = 26{,}4 \times \sin 7° \approx 3{,}2$$

Resposta: A altura $\overline{AC}$ mede, aproximadamente, 3,2 metros.

2.

2.1. Seja V_1 o volume do prisma octogonal da estrutura central cuja base tem apótema 9 e lado igual a 7,5.

Seja V_2 o volume do prisma dessa estrutura cuja base tem apótema $9 + 4{,}8 = 13{,}8$ e lado igual a 11,5.

Ambos têm altura igual a 20,5. Então:

$$V_1 = \frac{7{,}5 \times 8}{2} \times 9 \times 20{,}5 = 5535$$

$$V_2 = \frac{11{,}5 \times 8}{2} \times 13{,}8 \times 20{,}5 = 13013{,}4$$

$$V_{estrutura\ central} = V_2 - V_1 = 13013{,}4 - 5535 = 7478{,}4$$

Seja agora V_{torre} o volume de cada uma das oito torres com 24 m de altura. Então:

$$V_{torre} = \frac{3{,}4 \times 8}{2} \times 4{,}1 \times 24 = 1338{,}24$$

O volume da estrutura do castelo é, pois, dado por:

$V_{total} = V_{estrutura\ central} + 8 \times V_{torre} = 7478{,}4 + 8 \times 1338{,}24 = 18184{,}32$ m^3.

Resposta: O volume da estrutura do castelo é, aproximadamente, 18184 m^3.

2.2. Como a altura do prisma é 24 metros e o centro do referencial coincide com o centro do prisma, então a base inferior encontra-se a cota negativa de 12 metros.

Resposta: hipótese (B) $z = -12$

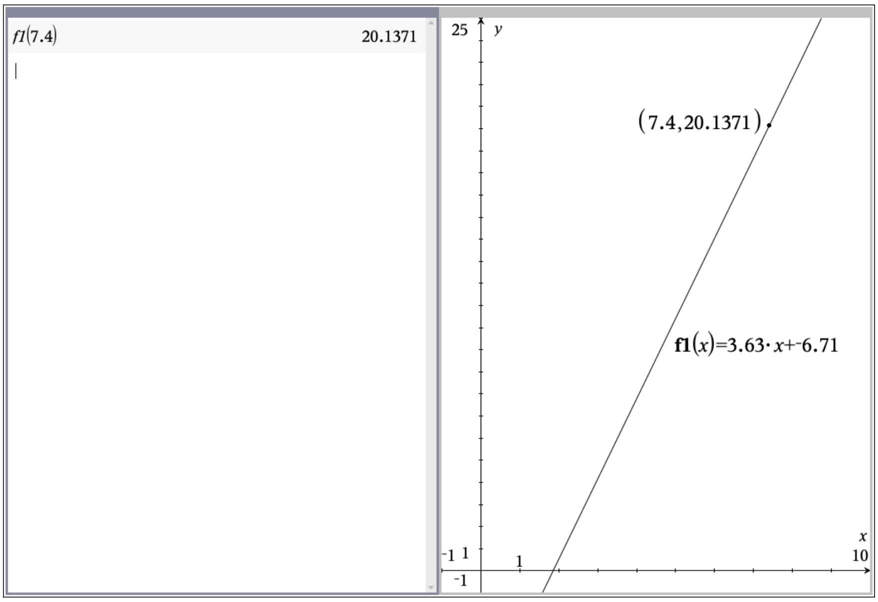
3. Editemos, na calculadora, duas listas, uma relativa aos gastos em publicidade (x) e outra ao número de visitantes (y) respetivamente.

Com a ajuda da folha de calculo da calculadora gráfica obtemos os parâmetros da equação da reta de regressão linear, da forma $y = mx + b$.

Temos, portanto: $m \approx 3{,}629$ e $b \approx -6{,}714$

	A publicidade	B visitantes	C	D	E	F
=					=LinRegMx('pub	
1	5	12		Título	Regressão line...	
2	6	15		RegEqn	m*x+b	
3	7	18		m	3.62857	
4	8	22		b	-6.71429	
5	9	26		r²	0.99531	
6	10	30		r	0.997652	
7				Resid	{0.5714285714...	

Usemos estes valores para pedir diretamente na página de calculadora ou editar a reta de regressão e procurar o valor pedido, ou pedir diretamente, colocando um ponto em cima da reta com abcissa igual a 7,4 que imediatamente ele vai para o ponto correspondente mostrando-nos a ordenada (valor procurado).



Resposta: Se forem gastos 7,4 milhares de euros em publicidade é de estimar que, nesse mês, hajam, aproximadamente, 20 milhares de visitantes.

4. O **Gráfico A** não pode representar a função F, porque entre os 3 e os 7 minutos de voo, a altura é constante o que corresponde a uma taxa de variação instantânea nula.

O **Gráfico B** não pode representar a função F, porque nos primeiros 3 minutos de voo, a altura aumenta o que corresponde a uma taxa de variação instantânea positiva, e o gráfico apresenta uma função negativa nesse intervalo

5.

5.1. Consideremos a folha de cálculo abaixo já com as medidas estatísticas calculadas:

	A preco	B vendas	C	D	E	F
=					=OneVar('preco,'vendas): CopyVa	
1	6	18		Título	Estatísticas de uma variável	
2	10	24		$\bar{x}$	11.22	
3	12	32		Σx	1122.	
4	15	26		Σx²	13506.	
5				sx := s_{n-1}x	3.04372	
6				σx := σ_nx	3.02846	
7				n	100.	
8				MinX	6.	
9				Q_1X	10.	
10				MedianX	12.	
11				Q_3X	15.	
12				MaxX	15.	
13				SSX := $\Sigma(x-\bar{x})^2$	917.16	

Da folha de cálculo retiramos que:

Moda	12€	I	a)
Mediana	12€	II	b)
Média	11,22€	III	b)

5.2. Comecemos por determinar o número de espectadores adultos antes do início do concerto, que são 70% de 600, ou seja, são $600 \times 0{,}76 = 420$.

Se a probabilidade de sortear um espectador adulto, antes do inicio do concerto, é de 0,76, vamos supor que entraram mais x espectadores, assim verifica-se que: $\frac{420+x}{600+x} = 0{,}76$, resolvendo esta equação, temos que

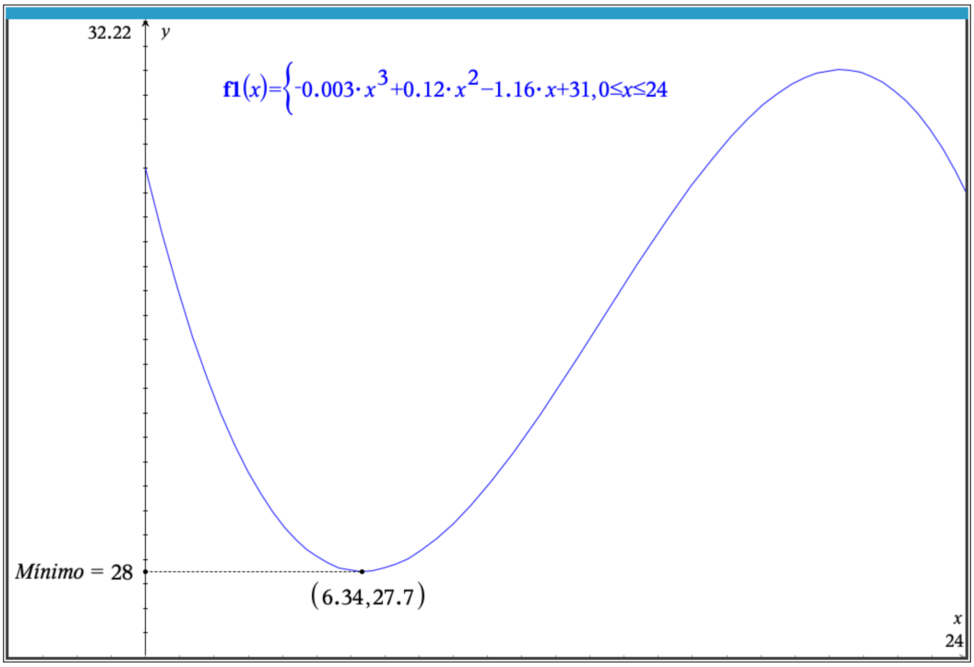
$$\frac{420+x}{600+x} = 0{,}76 \Leftrightarrow 420 + x = 0{,}76(600+x) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x - 0{,}76x = 456 - 420 \Leftrightarrow x = \frac{36}{0{,}24} \Leftrightarrow x = 150$$

Logo no início do espetáculo estavam $600 + 150 = 750$ espectadores.

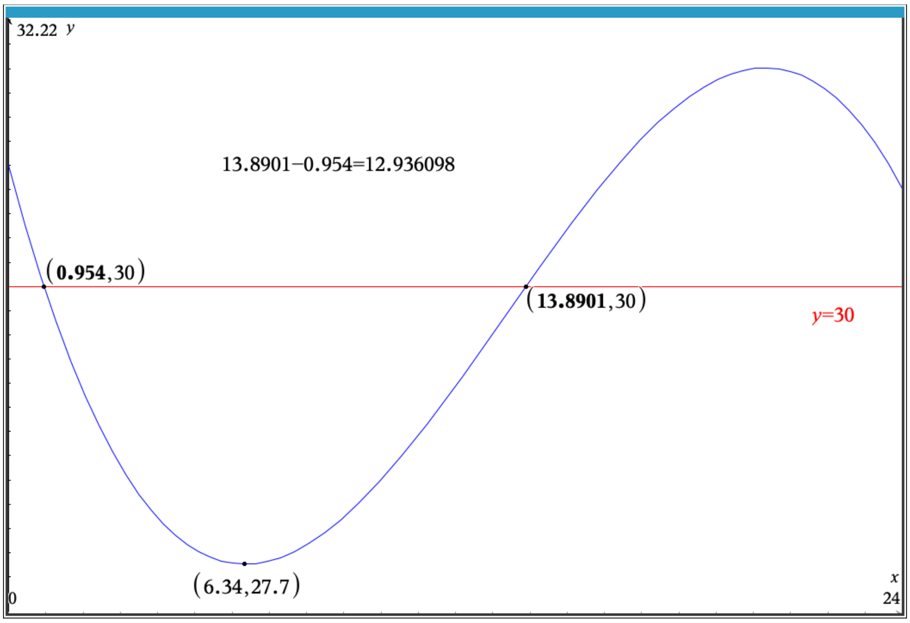
6. Neste item vamos recorrer à calculadora gráfica com vista à visualização da representação gráfica da função g (designada na imagem por $f1$) no intervalo $[0{,}24]$

6.1. Procuremos o mínimo de g no intervalo $[0{,}24]$:



Resposta: hipótese (C) 28%

6.2. Editemos, na calculadora a reta $y = 30$ e estudemos as interseções com o gráfico de g no intervalo $[0,24]$:



Assim, temos: $13{,}890 - 0{,}954 = 12{,}936$ horas. Isto é:

12 horas e

$0{,}936 \times 60 = 56{,}16 \approx 56$ minutos

24 horas menos 12 horas e 56 minutos é igual a 11 horas e 4 minutos.

Resposta: A humidade relativa não esteve abaixo dos 30% recomendados durante 11 horas e 4 minutos

7.

$A = 37{,}4 \times 57{,}4$

$\Leftrightarrow A = 2146{,}76$

A área do vitral é de 2146,76 cm^2

A área da reprodução é de 614 cm^2

Como estamos a relacionar áreas, o quociente entre ambas representa r^2 (o quadrado da razão de semelhança)

Assim, temos

$$r^2 = \frac{614}{2146{,}76} \Rightarrow r \approx 0{,}53$$

Utilizando a razão de redução podemos determinar as dimensões da reprodução.

$0{,}53 \times 37{,}4 = 20$ e $0{,}53 \times 57{,}4 = 30$

Resposta: A reprodução é um retângulo, com 20 cm por 30 cm.

8. Determinemos a pontuação de cada um dos concorrentes

António	**Bruno**	**Carla**
$5 \times 4 + 6 \times 4 + 4 \times 2 + 9 \times 1$	$5 \times 2 + 6 \times 1 + 4 \times 1 + 9 \times 4$	$5 \times 1 + 6 \times 2 + 4 \times 4 + 9 \times 2$
$\mathbf{61}$	$\mathbf{56}$	$\mathbf{51}$

Resposta: O vencedor é o António com 61 pontos.

9. Se o perímetro de cada figura, a partir da segunda, é $\frac{4}{3}$ do perímetro da anterior, então os perímetros são termos de uma progressão geométrica de primeiro termo igual a 3 e razão $\frac{4}{3}$.

Sendo assim o perímetro da figura correspondente à oitava etapa é dado por:

$$p_8 = 3 \times \left(\frac{4}{3}\right)^7 = 22{,}476\ldots \approx 22{,}5$$

Resposta: O perímetro da oitava figura é, aproximadamente, 22,5 unidades de comprimento.

FIM